DS Informatique : mouvement brownien

1 Introduction

On appelle *mouvement brownien* (ou processus de Wiener) un processus mathématique visant à modéliser le mouvement d'une « particule » se déplaçant au sein d'un fluide, soumise à de fréquentes collisions changeant la direction de son déplacement. De très nombreux scientifiques ont contribué à l'étude de ces processus (R. Brown, L. Bachelier, A. Einstein, P. Langevin, N. Wiener...)

Dans ce devoir, on s'intéresse à un modèle simple de mouvement brownien. Une particule se déplace sur une grille à deux dimensions, alternativement horizontalement et verticalement (le premier des mouvements étant horizontal). Chaque déplacement est un entier, choisi aléatoirement entre -4 et 4 (inclus). Les valeurs positives correspondent à des déplacements vers la droite et le haut, les valeurs négatives vers la gauche et le bas.

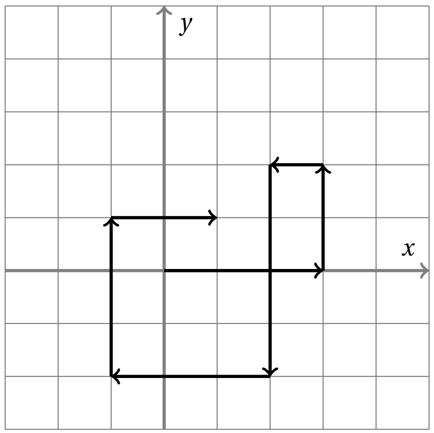
Initialement, la particule se trouve à l'origine de la grille, aux coordonnées $(0,0)$. On note M_i la position de la particule après i déplacements. Les points M_i, de façon évidente, correspondent toujours à des coordonnées entières.

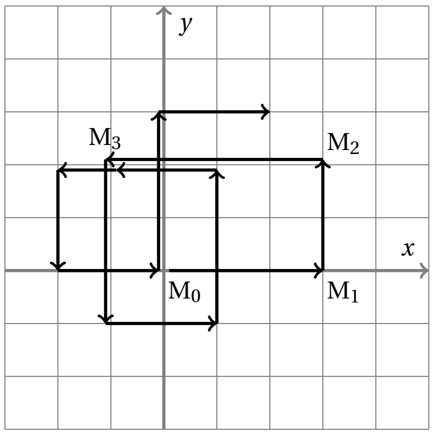
Les différents déplacements sont regroupés dans une liste. Par exemple, les listes

```
L0 = [ 3, 2, -1, -4, -3, 3, 2 ]

L1 = [ 3, 2, -4, -3, 2, 3, -2, 0, 0, 0, -1, -2, 2, 3, 2 ]
```

correspondent aux mouvements illustrés ci-dessous.





Pour la liste `L1`, on a donc $M_0 = (0,0)$, $M_1 = (3,0)$, $M_2 = (3,2)$, $M_3 = (-1,2)$ et ainsi de suite. Les déplacements s'effectuent toujours sur les arêtes du quadrillage, mais certaines flèches ont été légèrement décalées sur ce schéma pour en faciliter la lecture.

2 Travail demandé

Reproduire dans l'éditeur les quatre lignes figurant au début de la fiche-réponse, puis exécuter celles-ci. Vous obtiendrez ainsi deux listes nommées `L1` et `L2`, `L1` correspondant au second exemple, `L2` étant une liste décrivant une suite de 1500 déplacements aléatoires.

On souhaite écrire dix fonctions, prenant toutes en argument une liste `L` représentant un ensemble de déplacements comme décrit précédemment, et retournant différentes informations sur le mouvement correspondant de la particule :

1. Une fonction `Long(L)` qui retourne la distance totale parcourue par la particule.

2. Une fonction `Droite(L)` qui indique le nombre de fois où la particule s'est déplacée vers la droite (c'est-à-dire dans le sens des x croissants).

3. Une fonction `NbMax(L)` qui indique à combien de reprises la particule s'est déplacée de la longueur maximale (soit 4) dans une quelconque des quatres directions.

4. Une fonction `Fin(L)` qui retourne le couple de coordonnées (x, y) correspondant à l'endroit où se trouve la particule à l'issue de l'ensemble des déplacements.

5. Une fonction `MaxImm(L)` qui indique le nombre maximal d'instants *consécutifs* où la particule n'a pas bougé.

6. Une fonction `NbOrig(L)` qui détermine le nombre d'instants $i > 0$ pour lesquels la particule se trouve à l'origine du repère (on ne compte donc pas l'instant initial).

7. Une fonction `DistMax(L)` qui indique la distance maximale (en norme euclidienne) à l'origine atteinte par la particule au cours de ses déplacements, et l'instant t correspondant.

8. Une fonction `NbCycl(L)` qui détermine le nombre d'instants i pour lesquels M_i est égal à M_{i-4}, c'est-à-dire le nombre de fois où la particule se retrouve sur la position qu'elle occupait quatre déplacements plus tôt.

9. Une fonction `NbCross(L)` qui indique le nombre de déplacements de la particule qui l'ont fait passer d'un quadrant du plan à un autre, les quatres quadrants du plan étant définis par $(x > 0, y > 0)$, $(x > 0, y < 0)$, $(x < 0, y > 0)$ et $(x < 0, y < 0)$. Attention, les points situés sur les axes ne font partie d'aucun quadrant, et ne comptent que les déplacements qui ont débuté dans un quadrant et se terminent dans un autre.

10. Enfin, une fonction `MaxCycl(L)` donnant la longueur du cycle le plus long, un cycle correspondant à deux instant i et $j > i$ vérifiant $M_i = M_j$, sa longueur étant définie comme $j - i$.

Le résultat attendu pour chacune de ces fonctions, lorsqu'elles sont utilisées avec la liste `L1`, vous est donné, pour une première vérification. Outre les fonctions proprement dites, il vous est demandé de renseigner le résultat obtenu avec la liste `L2`. N'hésitez pas à créer vos propres listes pour tester le bon fonctionnement de vos fonction !