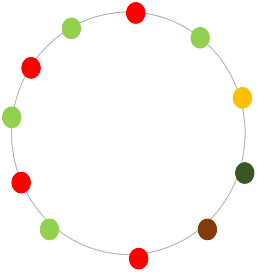
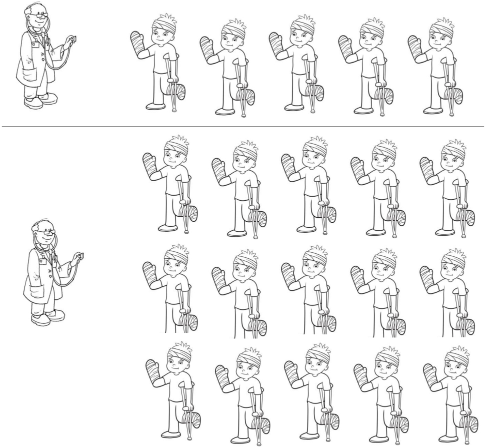
l'optimisation multicritère de la prise de décision

Zakaria Baba

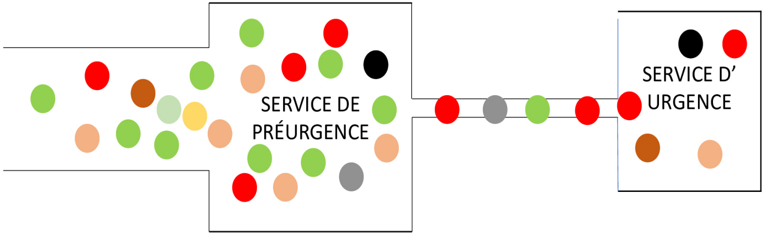
SCEI: 18462
Encadré par:
Thami Elhalkuj
Mustapha Saadaoui

Positionnement du probleme

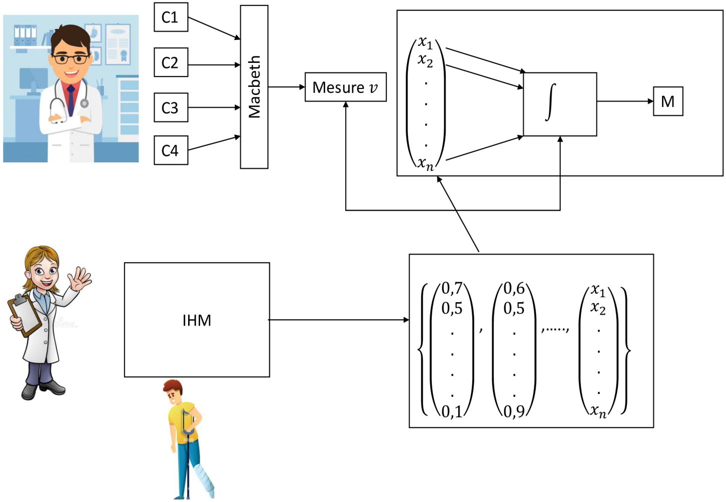




Positionnement du probleme



Positionnement du probleme

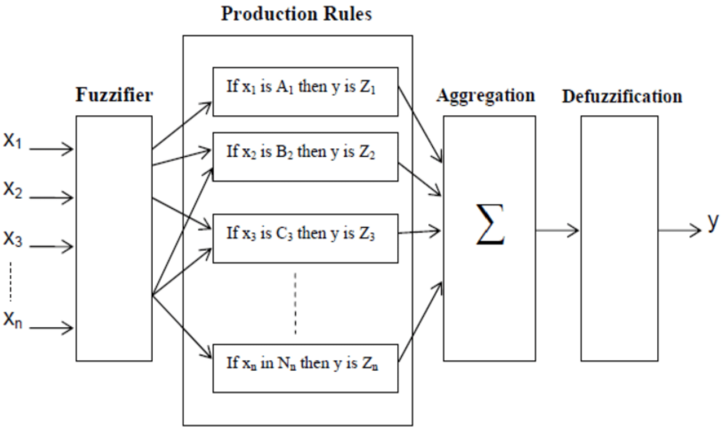


But de l'étude

Créer un système qui permet de prendre en argument un ensemble d'informations sur l'évenement et renvoie la decision la plus adequat à prendre parmi les soutions proposés

But de l'étude

Créer un système qui permet de prendre en argument un ensemble d'informations sur l'évenement et renvoie la decision la plus adequat à prendre parmi les soutions proposés



Choix d'une mesure

Définition : Mesure floue

Une mesure floue d'ensemble floue sur N μ est une fonction de $\tilde{P}(N) - -- > [0,1]$ verifiant les axiomes suivants :

(i) $\mu(\phi) = 0,\ \mu(N) = 1$

(ii) $f_A(i) \leq f_B(i)$ pour tout $i \in N$ implique $\mu(A) \leq \mu(B)$ pour $A, B \in \tilde{P}(N)$

Remarque

Dans notre contexte, $\mu(S)$ représente le poids ou l'importance de la combinaison des attributs (ou criteres) de S.

Pourqoui pas une mesure additive

Choix d'une mesure

Définition : Mesure floue

Une mesure floue d'ensemble floue sur N μ est une fonction de $\tilde{P}(N) - -- > [0,1]$ verifiant les axiomes suivants :

(i) $\mu(\phi) = 0,\ \mu(N) = 1$

(ii) $f_A(i) \leq f_B(i)$ pour tout $i \in N$ implique $\mu(A) \leq \mu(B)$ pour $A, B \in \tilde{P}(N)$

Remarque

Dans notre contexte, $\mu(S)$ représente le poids ou l'importance de la combinaison des attributs (ou criteres) de S.

Pourqoui pas une mesure additive

La dépendance des paramètres !

Correlation

Définition : Correlation

Deux critères i, j $\in$ N sont positivement corrélés si l'on peut observer une corrélation positive entre les scores partiels liés à i et ceux liés à j.

Correlation positive	un élève bon en statistiques est bon en probabilité	$v(ij)<v(i)+v(j)$
Correlation négative	la carence en vitamine augmente la fréquence cardiaque	$\mathrm{v(ij)>v(i)+v(j)}$
Pas de corrélation	L'algèbre est l'analyse sont independents	$\mathrm{v(ij)=v(i)+v(j)}$

Substitution

Définition :Substitution

On dit que deux critère se substituent si la satisfaction d'un seul critère produise presque le même effet que la satisfaction des deux.

student	Langue	Science	Moyenne
a	19	1	10
b	2	18	10
c	13	13	13

Critères préférentiellemnt indépendant

Définition

Soit x et y deux vecteurs de pérformance. Le vecteur xSy comme suit :

$$xSy = \sum_{j=1}^{k} x_i e_i + \sum_{j=k}^{n} y_i e_i$$

Définition : Critères préférentiellemnt indépendant

Le sous-ensemble S de critères est dit préférentiellement indépendant si la préférence de xSy sur x′Sy n'est pas influencée par la partie commune y.

student	St	Pr	AI
a	19	15	18
b	19	18	15
c	11	15	18
d	11	18	15

Conclusion

Conclusions

- On doit tenir en compte la dependance entre les critères .
- La moyenne utilise une mesure additive qui ne tient pas en compte la dependance entre les critères .
- On doit chercher un nouveau operateur qui peut se utiliser une mesure non additive .

Les propriétés d'un opérateur

On note M un opérateur d'agregation

la monotonie In

$\forall(x_1, ..., x_i, ..., x_n), x_i' : x_i' > x_i \implies M(x_1, ..., x_i', ..., x_n) > M(x_1, ..., x_i', ..., x_n)$

Les propriétés d'un opérateur

On note M un opérateur d'agregation

la monotonie **In**

$\forall (x_1, ..., x_i, ..., x_n), x_i' : x_i' > x_i \implies M(x_1, ..., x_i', ..., x_n) > M(x_1, ..., x_i', ..., x_n)$

L'indempotence

soit $x \in A$:

$$f(x, ..., x) = x$$

Les propriétés de l'operateur

Stabilité par variation d'échelle (transformation linéaire) SPL

$\forall$x=$(x_i)_{i\in\{1,\ldots,n\}}$ $\in$ A et r>0 et s $\in \mathbb{R}$:

$$M(rx_1 + s, ..., rx_1 + s) = rM(x) + s$$

Les propriétés de l'operateur

Stabilité par variation d'échelle (transformation linéaire) SPL

$\forall$x=$(\mathrm{x}_i)_{i\in\{1,\ldots,n\}}$ $\in$ A et r>0 et s $\in \mathbb{R}$:

$$\mathrm{M}(\mathrm{r}\mathrm{x}_1 + s, ..., r\mathrm{x}_1 + s) = rM(x) + s$$

Propriété interessante

Tout opérateur qui obéit à SPL peut étre totalement décrit par sa restriction à $[0,1]^n$

Une dernière propriété

Une dernière propriété : SPL

On cherche un opérateur qui s'approche de la linéarité par respect de l'additivité de l'opérateur.

On note pour la suite v notre mesure et S une sous partie de N l'ensemble des critères. En s'aidant de la transformation de Möbius on écrit :

$$v(S) = \sum_{T \subseteq S} a(T), \qquad S \subseteq N \qquad (*)$$

Une dernière propriété

Une dernière propriété : SPL

On cherche un opérateur qui s'approche de la linéarité par respect de l'additivité de l'opérateur.

On note pour la suite v notre mesure et S une sous partie de N l'ensemble des critères. En s'aidant de la transformation de Möbius on écrit :

$$v(S) = \sum_{T \subseteq S} a(T), \qquad S \subseteq N \qquad (*)$$

avec a, en théorie de combinatoire est dite la transformé de Möbius elle s'exprime par :

$$a(S) = \sum_{T \subseteq S} (-1)^{|S|-|T|} v(T)$$

Une dernière propriété

Exemple illustrant :

$$M_v(x) = \sum_{i \in A} a(\{i\})x_i + \sum_{\{i,j\}A} a(\{i,j\})[x_i \wedge x_j] + \ldots = \sum_{T \subseteq A} a(T) \bigwedge_{i \in T} x_i$$

Avec $x \wedge y = max(x, y)$

Théoreme important

Definition : Integral de Choquet

Soit v une mesure floue sur N et $x \in A$:

$$C_v = \sum_{i=1}^{n} x_{(i)}[v(A_{(i)}) - v(A_{(i+1)})]$$

Théorème fondamental

Un opérateur qui satisfait **LM,IN,SPL,PW** ssi $M_v = C_v$ pour toute mesure v sur N

Méthode Macbeth

Quelle Mesure ? Macbeth

MACBETH est une méthodologie d'aide à la prise de décision. Elle nécessite seulement des jugements qualitatifs concernant les différences d'attractivité entre éléments pour pondérer les critères.
Source : Guide d'utilisateur

FIGURE – Symbole de l'applicatiom M-Macbeth

Résultat de l'étude

Résultat

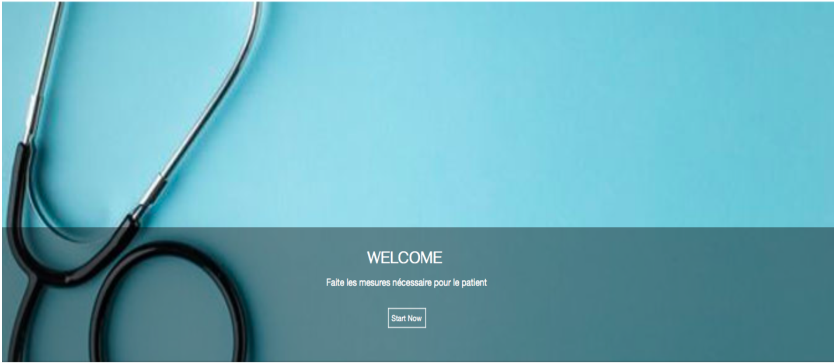
Le théoreme de la section précedante signifie que notre modèle est optimisé à une mesure pré . Cette dernière depend de la précision des informations apportées par le professionnel.

IHM

IHM

IHM CHU-RABAT

Il s'agit d'une application capable de déterminer le degré d'urgence du patient



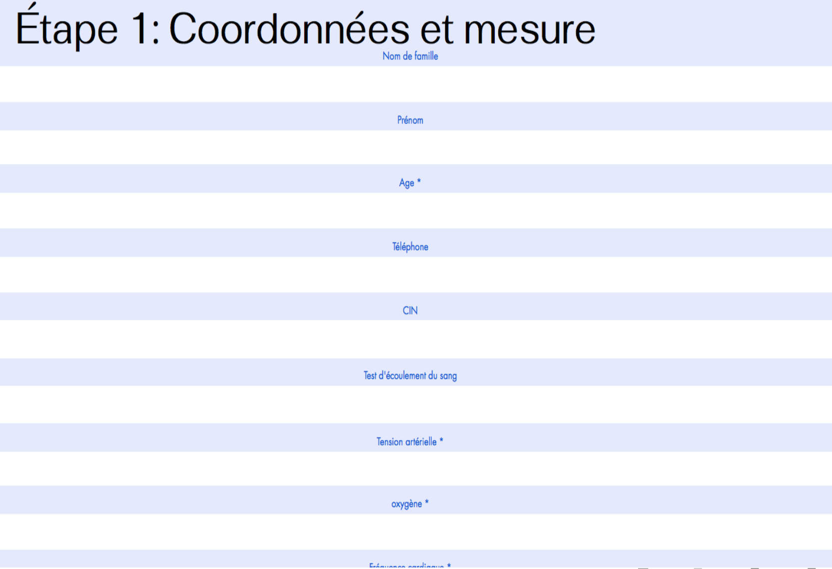
Futur-urgence@gmail.com

0666622 539

Pour pouvoir utilisé cette application il est nécessaire d'avoir :

- Un tensiomètre, un stéthoscope, un oxymètre, un thermomètre .
- Une vision sur l'état de votre clinique ou hôpital .

IHM


Étape 1: Coordonnées et mesure
Nom de famille
Prénom
Age *
Téléphone
CIN
Test d'écoulement du sang
Tension artérielle *
oxygène *

IHM

Étape 2: État de santé exterieur

Degrés de saignement(0-5)

Degrés de brulure

Le patient est-il evanoui *

Fracture

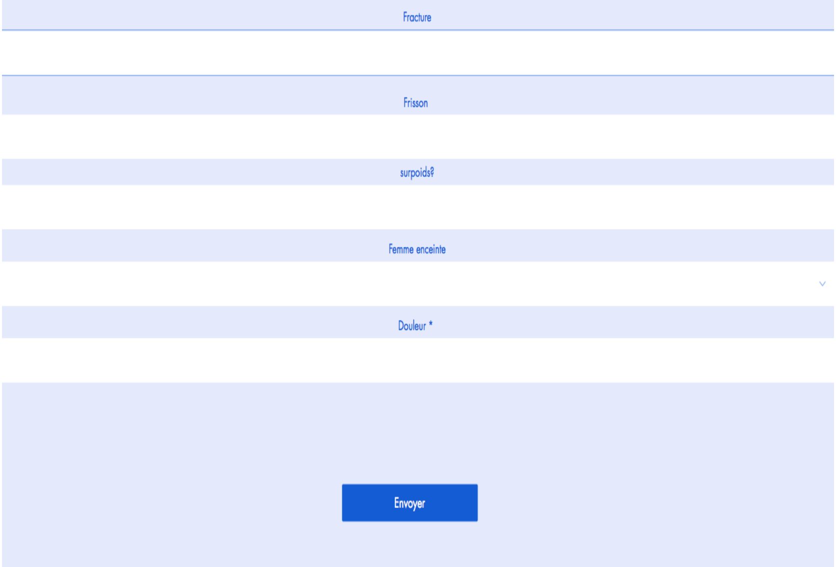
Frisson

surpoids?

Femme enceinte

Douleur *

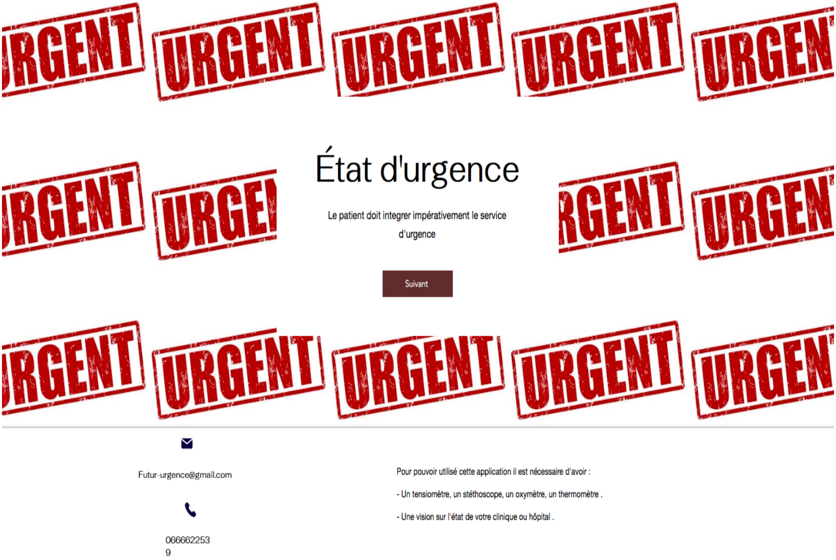
IHM


Fracture
Frisson
surpoids?
Femme enceinte
Douleur *
Envoyer

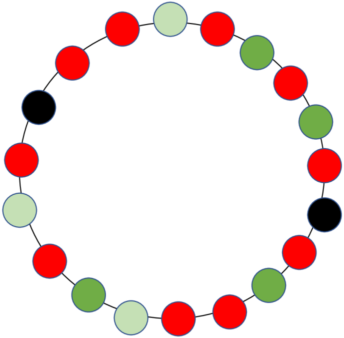
IHM

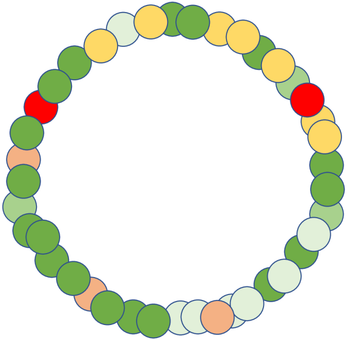

Situation critique
temps d'attente prévu : 15 min - 25 min
Suivant
Futur-urgence@gmall.com
066662253
9
Pour pouvoir utilisé cette application il est nécessaire d'avoir :
- Un tensiomètre, un stéthoscope, un oxymètre, un thermomètre .
- Une vision sur l'état de votre clinique ou hôpital .

IHM


URGENT
État d'urgence
Le patient doit integrer impérativement le service d'urgence
Suivant
Futur-urgence@gmail.com
0666622539
Pour pouvoir utilisé cette application il est nécessaire d'avoir :
- Un tensiomètre, un stéthoscope, un oxymètre, un thermomètre .
- Une vision sur l'état de votre clinique ou hôpital .

Évaluation des resultats





TAUX DE CAS CRITIQUE	**40/100**
TAUX D'ENCOMBRMENT	**30/100**

TAUX DE CAS CRITIQUE	**0,5/100**
TAUX D'ENCOMBRMENT	60/100

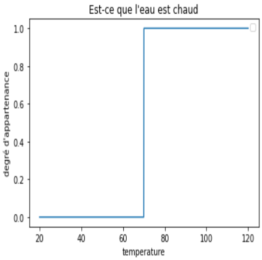
Bibliographie

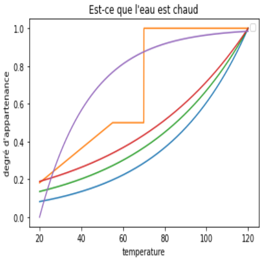
1- Bernadette Bouchon-Meunier, Cristophe Marsala : Logique floue, principes, aide à la decision
2- J. -. Marichal : "An axiomatic approach of the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria,"
3- Angel Garrido : A Brief History of Fuzzy Logic
4- Michel Grabisch : Preference representation by the Choquet integral : The commensurability hypothesis :
5- Carlos A. Bana e Costa, Jean-Marie De Corte, Jean-Claude Vansnick : M-MACBETH

Ça veut dire quoi l'eau est tiède ...

Et si les mathématiques parlaient notre langue

Si on réfléchissait en logique classique : l'eau est « froide » ou l'eau est « chaude »
On aurait plutôt tendance à dire : l'eau est « un peu moins froide », l'eau est « tiède », l'eau est « bientôt chaude » , etc. ...





$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [20, 55] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\mu(x) \in [0, 1]$$

les fondement de la logique flou

Exemple de réference

Dans un cadre de diagnostique en a besoin de quatifié des choses peu quantifiable et très relative à la situation.

Exemple : pour un traitement il faudra prendre en considération deux données : La viellesse / l'insuffisance rénale

Définition :Un sous ensemble flou

Un sous ensemble flou F d'un ensemble X est décrit par seul la donnée de sa fonction d'appartenance de X vers [0,1]

Exemple : Dans l'ensemble X=vieux,jeune. Le sous ensemble flou vieux est défini pour l'insuffisance rénal comme suit :

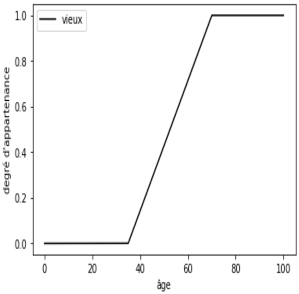


FIGURE – fonction d'appartennace à l'âge dit vieux

Les fondements de la logique flou

Dans un contexte multicritère on a besoin de plus d'information concernant deux sous ensemble flou de X notée A et B. Pour cela on redéfinie les bases de la théorie des ensembles mais de manière flou :) .La définition dépend de la situation mais il doit verifier des conditions :

Union

"un élément doit appartenenir plus forttement à l'union de A et B qu'à A ou B
Exemple :

$$\mu_{A \cup B}(x) = max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Les fondements de la logique flou

Dans un contexte multicritère on a besoin de plus d'information concernant deux sous ensemble flou de X notée A et B. Pour cela on redéfinie les bases de la théorie des ensembles mais de manière flou :) .La définition dépend de la situation mais il doit verifier des conditions :

Union

"un élément doit appartenenir plus forttement à l'union de A et B qu'à A ou B

Exemple :

$$\mu_{A\cup B}(x) = max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Intersection

"un élément ne peut appartenenir à l'intersection de A et B plus forttement qu'à A ou B seulement "

Exemple :

$$\mu_{A\cap B}(x) = min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Démonstaration du théorème fondamontale

- On note C_v l'integral Choquet associé à la mesure floue v.
- On admet le lemme technique suivant :

Lemme 1 : si v est une 0-1 mesure sur N alors

$$C_v(x) = \bigvee_{\substack{T\subseteq N \\ v(T)=1}} \bigwedge_{i\in T} x_i \qquad x\in\mathbb{R}^n.$$

Lemme 2 : si $M : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ verifie In, SPL, tq que $M(e_S) \in \{0,1\}$ pour tous $S \subseteq N$, alors il existe une 0-1 mesure flou v sur N tq : $M = C_v$

1/5

Démonstaration du théorème fondamontale

- On note C_ν l'integral Choquet associé à la mesure flone ν.
- On admet le lemme technique suivant :

Lemme 1 : si ν est une 0-1 mesure sur N alors

$$C_\nu(x) = \bigvee_{\substack{T\subseteq N \\ \nu(T)=1}} \bigwedge_{i\in T} x_i \qquad x \in \mathbb{R}^n.$$

Lemme 2 : si $M : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ verifie In, SPL, telque $M(e_S) \in \{0,1\}$ pour tous $S \subseteq N$, alors il existe une 0-1 mesure flou ν sur N tlq : $M = C_\nu$

1/5

Démonstaration du théorème fondamontale

$\boxed{\text{Preuve}}$:

On remarque simplement que $v : 2^N \longrightarrow \{0,1\}$ définit par $v(S) = M(e_S)$ pour tous $S \subseteq N$ est 0-1 mesure floue sur N.

Soit $x \in [0,1]^n$. d'autrepart, pour tous $T \subseteq N$, on a

$$M(x) \overset{In}{\geq} M\left(\left(\bigwedge_{i \in T} x_i\right) e_T\right) \overset{SPL}{=} v(T) \bigwedge_{i \in T} x_i .$$

et

$$M(x) \geq \bigvee_{T \subseteq N} \left[v(T) \bigwedge_{i \in T} x_i \right]$$

d'autre part, soit $T^* \subseteq N$ telque

$$v(T^*) \bigwedge_{i \in T} x_i = \bigvee_{T \subseteq N} \left[v(T) \bigwedge_{i \in T} x_i \right]$$

et l'ensemble

$$J = \{ j \in N \mid x_j \leq v(T^*) \bigwedge_{i \in T} x_i \}.$$

2/5

Démonstaration du théorème fondamontale

On doit avoir $J \neq 0$. Sinon, si $x_j > v(T^*) \bigwedge_{i \in T^*} x_i$ pour tous $j \in N$, alors on $v(N) = 1$,

$$v(N) \bigwedge_{i \in N} x_i > v(T^*) \bigwedge_{i \in T^*} x_i .$$

ce qui se contredit avec la définition de T^*.

Cependant, on doit avoir $v(N \setminus J) = 0$, sinon si $N \setminus J \neq \emptyset$

$$v(N \setminus J) \bigwedge_{i \in N \setminus J} x_i = \bigwedge_{i \in N \setminus J} x_i > v(T^*) \bigwedge_{i \in T^*} x_i$$

Ceci est contradictoire.

3/5

Démonstaration du théorème fondamontale

Finalement, on a,

$$M(x) \overset{I_u}{\leq} M\left[\left(v(T^*)' \bigwedge_{i\in T^*} x_i\right) e_J + e_{N\setminus J}\right]$$

$$\overset{SPL}{=} v(T^*) \bigwedge_{i\in T^*} x_i + \left(1 - v(T^*) \bigwedge_{i\in T^*} x_i\right) v(N\setminus J)$$

$$= v(T^*) \bigwedge_{i\in T^*} x_i .$$

$$= \bigvee_{T\subseteq N} \left[v(T) \bigwedge_{i\in T} x_i\right]$$

d'où d'après lemme 1, alors $M = C_v$ sur $[0,1]^n$,

et aussi sur $\mathbb{R}^n$. d'après SPL.

4/5

4/5

Démonstaration du théorème fondamontale

Preuve du théorème

- Condition suffisante : Trivial.
- condition nécessaire :

si $v \in \mathcal{F}_{N,S}$ avec a est la transformé de Möbius

d'après LM on a :

$$M_v = \sum_{T \subseteq N} a(T)\, M_{v_T}.$$

soit $T \subseteq N$. d'après PW on a $M_{v_T}(e_S) = v_T(S) \in \{0,1\}$ pour tous $S \subseteq N$. Avec le lemme 1 et 2 on déduit

$$M_{v_T}(x) = C_{v_T}(x) = \bigvee_{\substack{K \subseteq N \\ v_T(K)=1}} \bigwedge_{i \in K} x_i = \bigvee_{K \supseteq T} \bigwedge_{i \in K} x_i = \bigwedge_{i \in T} x_i.$$